

Economia Politica I

Esercitazione 4

1. La funzione di produzione di un'impresa è $f(L, K) = 4L^{1/2}K^{1/2}$, dove L e K sono rispettivamente le unità di lavoro e il numero di macchine impiegate nel processo produttivo. Il costo di un'unità di lavoro è \$40 e il costo di utilizzo di una macchina è \$10.
 - (a) Rappresentate graficamente una retta di isocosto che rappresenti tutte le combinazioni di input che costano \$400 e un'altra retta di isocosto che rappresenti tutte le combinazioni che costano \$200. Qual è l'inclinazione di queste rette?
 - (b) Qual è la combinazione di fattori efficiente?
 - (c) Rappresentate graficamente l'isoquanto che corrisponde a un livello di output uguale a 40. Determinate la quantità di lavoro e il numero di macchine impiegati per produrre 40 unità di output sostenendo il minimo costo, dati i prezzi dei fattori esposti in precedenza. Qual è il costo di lungo periodo sostenuto dall'impresa per produrre 40 unità a questi prezzi?
 - (d) Quante unità di lavoro e quante macchine impiegherà l'impresa per produrre nel modo più economico una generica quantità q ? Quale costo sosterrà?
2. L'impresa Bacco produce il succo d'uva Acino utilizzando indifferentemente mosto di uva di tipo A e mosto di uva di tipo B. La tecnologia utilizzata prevede la semplice miscelazione di litri di mosto A e litri di mosto B.
 - (a) Si scriva l'equazione che rappresenta la funzione di produzione dell'impresa Bacco.
 - (b) Si rappresentino graficamente gli isoquantili relativi a diversi livelli di produzione del succo d'uva.
 - (c) Si calcoli il prodotto marginale del mosto di tipo A. Di quanto differisce dal prodotto marginale del mosto di tipo B?
 - (d) Che cosa è il saggio marginale di sostituzione tecnica? A quanto è uguale nel caso della funzione di produzione dell'impresa Bacco? A cosa corrisponde graficamente?
 - (e) La tecnologia che caratterizza la funzione di produzione dell'impresa Bacco presenta rendimenti costanti, crescenti o decrescenti? Perché?
 - (f) Ipotizziamo ora che il prezzo del mosto di tipo B sia il doppio del prezzo del mosto di tipo A. Calcolare la combinazione ottimale dei fattori produttivi e rappresentarla graficamente.
3. L'impresa "Il Frantoio" ha sede sul Lago dell'Accesa (Grosseto) e produce olio extra-vergine di oliva impiegando come input olive di due diverse varietà, la "verde di Valpiana" (V) e la "rossa di Castelfiorito" (R), secondo la funzione di produzione: $Q(R, V) = R + 2V$

- (a) Rappresentando R sull'asse delle ascisse e V sull'asse delle ordinate, calcolate il saggio marginale di sostituzione tecnica e indicate di quale tecnologia si tratta.
 - (b) Scrivete l'equazione dell'isoquanto corrispondente a 20 unità di olio e rappresentatelo graficamente.
 - (c) La funzione di produzione è caratterizzata da rendimenti di scala crescenti, costanti o decrescenti? Motivate la risposta.
 - (d) Calcolate e rappresentate nel grafico precedente la combinazione di fattori economicamente efficiente che l'impresa sceglie per produrre 20 unità di olio quando i prezzi delle due varietà di olive sono $p_V = 1$ e $p_R = 1$.
 - (e) Calcolate e rappresentate nel grafico precedente la combinazione di fattori economicamente efficiente per produrre 20 unità di olio quando il prezzo delle olive di varietà "verde" diventa $p_V = 3$, mentre il prezzo delle olive di varietà "rossa" rimane invariato.
4. L'impresa Indigo produce un particolare tipo di vernice, ottenibile con la semplice miscelazione di due soli ingredienti: acqua distillata (A) ed uno speciale pigmento in polvere (P) brevettato dall'impresa. La formula di base per un litro di vernice prevede che si impieghino due litri d'acqua per ogni chilo di pigmento.
- (a) Che tipo di tecnologia è seguita dall'impresa Indigo? Rappresentate graficamente la corrispondente mappa di isoquanti.
 - (b) È possibile definire un saggio marginale di sostituzione tecnica in questo caso?
 - (c) Il costo dell'acqua è di 5 unità monetarie al litro, mentre quello del pigmento è di 6 al chilo. Quale costo sarà sostenuto dall'impresa Indigo per produrre in equilibrio 100 litri di vernice? Rappresentate l'equilibrio nel grafico.
 - (d) Un cliente dell'impresa Indigo richiede un tipo di vernice più resistente al calore, per la quale è necessario impiegare un diverso tipo di pigmento, dal costo unitario di 8 al chilo. Quale sarà il costo per produrre 100 litri di vernice in questo caso?
5. Un'impresa produce il bene Q mediante la seguente funzione di produzione

$$Q = L^{\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{2}}$$

dove L e K rappresentano due fattori produttivi.

- (a) Determinare la produttività marginale di L e K . Come cambiano le produttività per piccoli incrementi dei fattori?
- (b) Spiegare se la funzione presenta rendimenti di scala crescenti, costanti o decrescenti.
- (c) Come sarebbe cambiata la risposta nel caso in cui la tecnologia fosse $Q = 4LK^{\frac{1}{2}}$? Verificatelo applicando la definizione.
- (d) Supponendo che i prezzi dei due fattori siano rispettivamente $w = 4$ e $r = 16$, e che l'impresa intenda produrre il suo output q nel modo più economico, individuate le funzioni di domanda condizionata dei fattori $L(q)$ e $K(q)$ e la funzione di costo totale di lungo periodo.
- (e) Si assuma che il fattore K sia fisso nel breve periodo, con $K = 1$. Calcolare le funzioni di costo totale, costo medio e costo marginale di breve periodo.